http://ma123.ru **ЦИТИСЭ** № 4 (46) 2025 **ISSN** 2409-7616

© Е.А. Яровая, Е.А. Рудакова, М.Н. Сухоносенко

Научная статья
УДК 373.5.016:51

ТРУДНОСТИ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Е.А. Яровая, Е.А. Рудакова, М.Н. Сухоносенко

Яровая Евгения Анатольевна,
кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой геометрии и методики обучения математике, Институт физико-математического, информационного и технологического образования, Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Россия.
ORCID: 0000-0002-8178-2117
jnar1@yandex.ru

Рудакова Елена Алексеевна,
кандидат педагогических наук, доцент, кафедра геометрии и методики обучения математике, Институт физико-математического, информационного и технологического образования, Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Россия.
ORCID: 0000-0001-5590-1082
earudakova@yandex.ru

Сухоносенко Марина Николаевна,
старший преподаватель, кафедра геометрии и методики обучения математике, Институт физико-математического, информационного и технологического образования, Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Россия.
ORCID: 0000-0002-9139-3510
sukhonosenkomarina@gmail.com

Аннотация. *В статье рассматриваются вопросы, связанные с классификацией и анализом трудностей в изучении математики на уровне основного общего образования. Актуальность данного исследования обусловлена необходимостью формирования качественного математического образования подрастающего поколения в условиях перехода к технологическому суверенитету нашего государства, а также исследования причин, вызывающих затруднения в математическом образовании школьников, и поиска путей повышения результативности обучения математике. Целью данной работы является уточнение понятия «трудности в изучении математики», его взаимосвязей с понятиями*

«обучение математике», «риски учебной неуспешности», «трудности учения», «учебная неуспешность» и другими, а также разработка авторского подхода к типологизации трудностей, которые испытывают обучающиеся при изучении математики на уровне основного общего образования. Для достижения цели были проанализированы результаты научных исследований по данной проблеме, определены подходы к ее решению. Анализ научных исследований показал, что при определении трудностей изучения математики рассматриваются, в основном, психолого-педагогические аспекты. Среди причин учебной неуспеваемости выделяются психологические, физиологические, педагогические и социальные. Авторский подход заключается в рассмотрении «трудностей изучения математики» с учетом специфики самого предмета математики. Рассматривая понятие «трудности изучения математики» в качестве видового по отношению к понятию «трудности обучения математике», в статье конкретизируются причины учебных затруднений школьников в процессе изучения математики. В ходе исследования было проведено анкетирование учащихся и учителей математики в основной школе, выявлены основные причины возникновения трудностей в изучении математики. В соответствии с требованиями Федерального государственного стандарта основного общего образования к результатам освоения образовательных программ авторами предложена авторская классификация трудностей изучения математики, конкретизированы предметные, метапредметные и личностные трудности. В заключении сделаны выводы, рассмотрены перспективы дальнейших исследований по проблеме организации обучения школьников, испытывающих трудности в изучении математики.

Ключевые слова: *обучение, трудности обучения, изучение математики, трудности в изучении математики, предметные трудности, метапредметные трудности, личностные трудности.*

Благодарности: *исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства просвещения РФ в рамках исполнения государственного задания № 073-03-2025-062/1 на выполнение НИР по проекту «Содержание и технология обучения школьников, испытывающих трудности в изучении математики в школе».*

Библиографическая ссылка: *Яровая Е.А., Рудакова Е.А., Сухоносенко М.Н. Трудности в изучении математики на уровне основного общего образования // ЦИТИСЭ. 2025. № 4. С. 179-198.*

Research Full Article
UDC 373.5.016:51

DIFFICULTIES IN LEARNING MATHEMATICS AT THE LEVEL OF BASIC GENERAL EDUCATION

Ye.A. Yarovaya, E.A. Rudakova, M.N. Sukhonosenko

Yevgeniya A. Yarovaya,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Head of the Department of Geometry and Methodology of

Teaching Mathematics, Institute of Physics and Mathematics, Information and Technological Education, Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russian Federation.
ORCID: 0000-0002-8178-2117
jnar1@yandex.ru

Elena A. Rudakova,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Geometry and Methodology of Teaching Mathematics, Institute of Physics and Mathematics, Information and Technological Education, Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk**,** Russian Federation.
ORCID: 0000-0001-5590-1082
earudakova@yandex.ru

Marina N. Sukhonosenko,
Senior Lecturer, Department of Geometry and Methods of Teaching Mathematics, Institute of Physical and Mathematical, Information, and Technological Education, Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russian Federation.
ORCID: 0000-0002-9139-3510
sukhonosenkomarina@gmail.com

Abstract. *The article discusses issues related to the classification and analysis of difficulties in studying mathematics at the level of basic general education. The relevance of this research is due to the need to form a high-quality mathematical education for the younger generation in the context of the transition to technological sovereignty of our country, as well as to study the causes of difficulties in mathematical education among schoolchildren and to find ways to improve the effectiveness of mathematics education. The purpose of this work is to clarify the concept of "difficulties in learning mathematics" and its relationship to the concepts of "teaching mathematics," "risks of academic failure," "difficulties in learning," "academic failure," and others, as well as to develop an author's approach to the typology of difficulties experienced by students in learning mathematics at the level of basic general education. An analysis of scientific research has shown that when determining the difficulties of studying mathematics, mainly psychological and pedagogical aspects are considered. Among the causes of academic underachievement, there are psychological, physiological, pedagogical, and social factors. The author's approach is to consider the "difficulties in learning mathematics" in relation to the specific nature of mathematics itself. By considering the concept of "difficulties in learning mathematics" as a subset of the concept of "difficulties in teaching mathematics," the article focuses on the specific causes of academic difficulties faced by students in the process of learning mathematics. The study involved a questionnaire survey of students and mathematics teachers at secondary schools, and identified the main reasons for difficulties in learning mathematics. In accordance with the requirements of the Federal State Standard for Basic General Education, the authors have proposed an author's classification of difficulties in learning mathematics, and have specified subject, metasubject, and personal difficulties. In conclusion, the authors have drawn conclusions and discussed the*

prospects for further research on the issue of organizing the education of students who experience difficulties in learning mathematics.

Keywords: *learning, learning difficulties, studying mathematics, difficulties in studying mathematics, subject-specific difficulties, meta-subject-specific difficulties, and personal difficulties.*

Acknowledgments: *the study was carried out with the financial support of the Ministry of Education of the Russian Federation as part of the implementation of state assignment No. 073-03-2025-062/1 for the implementation of research and development work on the project "Content and technology of teaching schoolchildren experiencing difficulties in learning mathematics at school."*

For citation: *Yarovaya Ye.A., Rudakova E.A., Sukhonosenko M.N. Difficulties in learning mathematics at the level of basic general education. CITISE, 2025, no. 4, pp. 179-198.*

Введение.

На современном этапе развития общества в целом, и образования, в частности, предъявляются повышенные требования к уровню математической подготовки выпускников общеобразовательных организаций, что находит подтверждение в нормативных документах. Так, в «Концепции развития математического образования в Российской Федерации» (2013 г.) подчеркивается, что «Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин»[1]. Трудно переоценить роль качественного математического образования в развитии и социализации каждого члена общества. В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования отмечается, что «одной из целей математического образования является овладение школьниками системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности».[2] Цели математического образования расширяются в сторону практической направленности. Математическая подготовка должна вооружать школьников не только математическими знаниями и умениями, но и обеспечивать овладение универсальными учебными действиями, необходимыми как для обучения в школе, так и для успешного решения познавательных и практических задач в дальнейшей жизни, в том числе, и профессиональной деятельности.

Вместе с тем в последние годы можно отметить обеспокоенность общественностью, особенно, родительской, как процессом, так и результатами обучения математике в школе. Отмечаются сложность самого учебного предмета математики, трудность заданий государственной итоговой аттестации на уровне основного и среднего общего образования, большой процент учащихся, испытывающих трудности в изучении математики. Ежегодно уже на первом этапе на пути к социализации, на государственной итоговой аттестации в 9 классе, определенный процент обучающихся не справляется с заданиями основного государственного экзамена, что приводит к затруднениям выбора выпускниками дальнейшего направления самоопределения.

[1] Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. N 2506-р). URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/70452506/ (Дата обращения: 01.08.2025)

[2] Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. Приказом Минпросвещения России от 31.05.2021 N 287). URL: https://base.garant.ru/401433920/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33/ (Дата обращения: 01.08.2025)

В этой связи актуальным является направление исследования причин, вызывающих затруднения в математическом образовании школьников, и поиска путей повышения результативности обучения математике на уровне основного общего образования.

Целью данной работы является уточнение понятия «трудности в изучении математики», а также разработка авторского подхода к типологизации трудностей, которые испытывают обучающиеся при изучении математики на уровне основного общего образования.

Методология исследования.

Анализ современного состояния проблемы. Понятие «трудности в изучении математики», на наш взгляд, является видовым по отношению к понятию «трудности в обучении».

В Кратком педагогическом словаре обучение определяется как «целенаправленный процесс взаимодействия учителей и учеников, направленный на усвоение знаний, умений, навыков, формирование мировоззрения, развитие умственных сил и потенциальных возможностей обучаемых, закрепление навыков самообразования в соответствии с поставленными целями»[3] [с. 87]. Из определения следует, что обучение является двусторонним процессом. В нем объединяются деятельность учителя – преподавание и деятельность обучаемого – учение. Следовательно, трудности в обучении необходимо рассматривать с двух точек зрения: учителя и ученика. Так, Т. В. Ахутина и Н. М. Пылаева в своих исследованиях на основе нейропсихологического подхода рассматривают понятие «трудности обучения» и предлагают называть проблемы учеников «трудностями учения», а проблемы учителей «трудностями в обучении», хотя, на наш взгляд, более точным было бы использование термина «трудности в преподавании» или «затруднения в педагогической деятельности» [13, с. 8].

Виноградова А. П. в исследовании, посвященном анализу профессиональных затруднений учителей, отмечает, что «В советской педагогике первое комплексное рассмотрение затруднений в педагогической деятельности принадлежит Н. В. Кузьминой (1967 год). Ею выявлены их сущность, классификация, структура в зависимости от некоторых характеристик, содержание и динамика…» [8]. Далее, рассматривая исследования отечественных педагогов по данному направлению, она выделяет вклад Ю. К. Бабанского и И. А. Зимней: «Ю. К. Бабанским (1977) было установлено, что наиболее часто учителя испытывают затруднения, связанные с развитием интереса учащихся к учению, потребности в знаниях. И. А. Зимняя (1999), анализируя затруднения современных учителей, рассматривает педагогическое взаимодействие ученик-учитель и выделяет следующие области взаимодействия, в которых учителя испытывают наибольшие затруднения: этно-социокультурная, статусно-позиционно-ролевая, возрастная, индивидуально-психологическая, деятельностная область межличностных отношений» [8].

Изучением дидактических затруднений учителей, таких, как развитие у учащихся интереса к учению, потребности в знаниях; выявление типичных причин неуспеваемости; осуществление индивидуального похода к учащимся в процессе обучения и других, занимались А.Д. Деминцев, Ю.К. Бабанский, С.Г. Вершловский, А.Г. Мороз, В.Т. Ащепков [8].

В исследованиях трудностей учения проблема рассматривается чаще всего с психологической точки зрения. В 60-х годах XX века именно в рамках отечественной специальной психологии века началось изучение проблемы трудностей учения и был накоплен большой опыт диагностической и коррекционной работы с такими детьми [13, с. 8].

[3] Краткий педагогический словарь: Учебное справочное пособие / Андреева Г.А., Вяликова Г.С., Тютькова И.А. – М.: В. Секачев. 2007. – 181 с.

Термин «трудности в обучении», на наш взгляд, отражает взаимосвязь и взаимозависимость имеющихся затруднений и у учителя, и у ученика в реальном учебном процессе. В учебном пособии М.Г. Харитонова, И.И. Ивановой и других «Школьная неуспеваемость: психолого-педагогические причины и пути преодоления» отмечается, что трудность в обучении заключается в неспособности обучающегося понять, принять и исполнить процессуальные аспекты учебной деятельности [20, с. 5], порождаться же она может различными причинами: личностными особенностями ученика, методическими затруднениями учителя и другими. Необходимо отметить, что трудности в обучении могут быть как хроническими, так и эпизодическими, и при своевременной диагностике и коррекции выявленная трудность преодолевается.

Трудности в обучении влекут за собой нарушение его успешности, т.е. следствием трудностей является учебная (школьная) неуспешность. Под школьной неуспешностью понимается «нежелание или неспособность ученика выполнить требования образовательной программы, потеря интереса к школьной жизни и позиции учащегося; педагогическая запущенность, трудновоспитуемость» [20, с. 5]. Понятие учебной неуспешности является более общим по отношению к понятию неуспеваемости. Неуспеваемость – это ситуативное или устойчивое отставание школьника в освоении учебного материала по одному или нескольким предметам программы [20, с. 5].

Проблема неуспеваемости рассматривалась многими педагогами и психологами, начиная с момента становления советской школы. Русский философ, педагог и психолог П.П. Блонский под неуспеваемостью понимал ситуацию, в которой поведение и результаты обучения не соответствуют воспитательным и дидактическим требованиям школы. В современном понимании это не что иное, как требования к результатам обучения.

Среди причин учебной неуспеваемости выделяют психологические, биопсихические (физиологические), педагогические и социальные.

В психолого-педагогической литературе существуют различные классификации типов неуспевающих учеников. Например, Л.С. Славина выделяла три группы:

1) учащиеся, у которых отсутствуют мотивы учения;
2) учащиеся, которые проявляют слабые способности к обучению;
3) учащиеся с неправильно сформировавшимися навыками учебного труда и не умеющие трудиться [20, с. 9].

Отметим, что в классификации причин учебной неуспеваемости и типов неуспевающих учеников (а ранее – в причинах трудностей в обучении) просматриваются либо психолого-педагогические, либо биопсихические, либо социальные факторы, при этом предметный (научный) фактор не рассматривается в принципе.

В современных толковых и педагогических словарях учебная успеваемость определяется как необходимая степень усвоения предметных знаний, навыков и умений, установленных учебной программой, с точки зрения их полноты, точности, прочности и сознательности. Учебная успеваемость отражает предметные результаты освоения основной образовательной программы. Наряду с этим термином, популярным в последнее десятилетие стало понятие «учебная успешность», как комплексная характеристика образовательных достижений ученика в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов.

Характеристика понятия «учебная успешность» представлена в пособии О.М. Александровой и других [15, с. 6-7]. По мнению авторов, успешность субъекта учения включает девять показателей. Пирамида успешности обучающегося основной школы отражает, прежде всего, реализацию требований Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования и устанавливает корреляционные зависимости между тремя группами планируемых результатов обучения (личностных,

предметных и метапредметных) [15, с 8.]. Соглашаясь с мнением учителей, что риски школьной неуспешности объясняются тремя группами причин (социальными условиями, в которых воспитывается ребенок, его индивидуальными особенностями психической деятельности, а также личностными особенностями обучающегося), авторы пособия выдвигают гипотезу, что «трудности субъекта Учения при освоении учебного предмета провоцируются профессиональными проблемами субъекта Обучения» [15, с. 10], а именно неготовностью «учителя конструировать учебный процесс на современных концептуальных основаниях» [15, с. 10]. То есть ответственность за результаты учебного процесса авторы пособия целиком и полностью возлагают на учителя. Такая позиция, на наш взгляд, является достаточно спорной.

К аналогичным выводам приходит Л.О. Рослова в статье «Диагностика трудностей шестиклассников при изучении математики»: «… при освоении учебного предмета трудности субъекта учения, которым является обучающийся, провоцируются трудностями субъекта обучения, которым является учитель. И лежат эти трудности в области дидактики, то есть неготовности учителя конструировать процесс обучения на концептуальных основаниях, предлагаемых федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования» [16, с. 45].

Кравцов Л.Г. в типологии психологических предпосылок, приводящих к трудностям при обучении математике, выделяет две основные группы: общепсихологические факторы и специальные математические компетенции. Под специальными математическими компетенциями Кравцов Л.Г. понимает «совокупность психологических диспозиций, обеспечивающих успешное овладение математической деятельностью, точнее, множеством деятельностей, в которых так или иначе используются математические понятия» [11, с. 49].

Галимов С.Ф. в своем исследовании выделяет в качестве основных трудностей подростков в обучении математике когнитивные, мотивационные, эмоционально-волевые, коммуникативные и организационные трудности. Эти трудности взаимосвязаны между собой, для их преодоления требуется «системный подход с учетом всех аспектов проблемы и индивидуальных особенностей учащихся» [9].

Анализ научно-педагогической литературы показывает, что, при рассмотрении проблемы трудностей в обучении, неуспеваемости или риска учебной неуспешности, авторы чаще всего говорят о классификации обучающихся, выделяя их типы по различным основаниям. Например, типология неуспевающих учеников, составленная Н.А. Менчинской в зависимости от сочетания мыслительной деятельности и отношения к учебе, или классификация П.П. Блонского на основе характеристик учебного труда учащихся и структуре их личности.

Наряду с описанием и классификацией трудностей в обучении математике и изучении математики современные педагоги и методисты предлагают различные методические подходы и приемы обучения, направленные на их предупреждение и преодоление. Так Журавлев А.Н. в своей статье рассматривает сопровождение в процессе обучения математике учащихся, испытывающих трудности, созданным неким «скрепляющим» элементом, представляющим собой изучаемые в школьном курсе понятия, систематизированные и объединенные в единый информационный продукт, содержащий главным образом отношения между этими понятиями [10, с. 96]. Мезенцева Ю.С., анализируя аспекты применения инновационных методов и технологий при изучении математики, отмечает их влияние на интерес и мотивацию школьников к изучению математики. При этом «эффекты инновационных методов и технологий могут быть индивидуальными и зависеть от особенностей каждого учащегося» [12, 63]. В исследовании А.А. Салемгараевой, О.В. Разумовой и Е.Р. Садыковой выявлены и обоснованы организационно-педагогические условия и методы преодоления трудностей в изучении математики в процессе подготовки

учащихся к основному государственному экзамену [17]. Г.Е. Чекмарев и С.О. Фоминых, анализируя в своей статье трудности понимания абстрактных теорий, обосновывают необходимость использования в современной школе логического подхода к формированию математических понятий [19]. Пигарев А.Ю. в качестве инструмента преодоления трудностей в изучении математики рассматривает компьютерные тренажеры [14].

Отметим, что проблемой выявления и преодоления трудностей при изучении математики активно занимаются и зарубежные ученые. Так в статье Д. Харефа дан глубокий анализ трудностей учащихся в изучении математики [2], в статье Н. Аль-Алвит анализируются особенности преподавания математики для учениц с трудностями в обучении [1]. Группа авторов З.А.М. Сильми Джуман, М. Матхаван, А.С. Амбегедара и И.Г.К. Удагедара рассматривает активные методы обучения для преодоления трудностей в изучении геометрического материала [7]. Исследования Б. Ханал [3], Б. Муртияса и А.Х.Н. Латифа [4] посвящены анализу трудностей в изучении математики при дистанционном образовании. Не обошли вниманием иностранные педагоги и трудности, связанные с преподаванием математики: Нурфадхила АМ. Хинди А. и Мутаххара И. рассмотрели аспекты восприятия учи телем трудностей учащихся в изучении математики [6], а Ю. Наилуфар, С. Сафруддин и М.И. Заин представили анализ трудностей преподавателей при организации онлайн-обучения математике [5].

Анализ публикаций по проблеме исследования за последние годы показал разнообразие как терминов, обозначающих трудности в обучении математике, так и подходов к их классификации. При определении трудностей изучения математики рассматриваются, в основном, психолого-педагогические аспекты.

В нашем исследовании проблема трудностей изучения математики рассматривается с учетом специфики самого предмета математики.

В исследовании использованы теоретические и эмпирические методы. В качестве теоретических были использованы: анализ нормативных документов, психолого-педагогической и методической литературы, обобщение, систематизация. Эмпирические методы в нашем исследовании представлены наблюдением и анкетированием учащихся и учителей математики основной школы, а также студентов педагогического университета.

Авторские концептуальные подходы к решению проблемы.

Как уже было сказано выше, трудности в обучении, влияющие на его общую успешность, объясняются многими факторами. Однако анализ научных исследований показывает, что «за кадром» остается собственно учебный предмет с его спецификой. Понятно, что если трудности в обучении у ребенка определяются биологическими (эндогенными) факторами (например, хроническое заболевание) и связаны с регулярными пропусками уроков, то, скорее всего, он будет демонстрировать низкие результаты по большинству учебных предметов. Но нельзя не учитывать и особенности предметных областей, которые осваивают учащиеся в общеобразовательной школе. В одних предметах особо востребована хорошая память, а в других – развитое логическое мышление или воображение. В этой связи актуальным является понятие «трудности в изучении предмета» – специфические затруднения, с которыми ученик сталкивается в процессе обучения, например, при решении задач, овладении понятийным аппаратом или проведении лабораторных исследований.

В аспекте проблемы исследования нас интересуют трудности обучающихся, которые они могут испытывать при изучении математики как науки и учебного предмета. Математика занимает особое место среди предметов общеобразовательной школы. Это обусловлено, в первую очередь, спецификой математики как науки. Л. М. Фридман отмечал, что в отличие от других наук, изучающих непосредственные модели предметов, явлений, процессов окружающего мира, полученных путем идеализации этих предметов, явлений и процессов,

математика изучает модели моделей [18, с.16]. То есть связь с реальным окружающим миром не непосредственная, как в других науках, а многократно опосредованная. Эта связь проявляется в ее логической структуре. Как правило, элементами логической структуры науки являются законы, теории, идеи, основные понятия.

В каждом разделе математики выделяются основные (первичные) понятия, которые в школе называют неопределяемыми понятиями (например, в геометрии это точка, прямая, плоскость) и неопределяемыми отношениями (лежать между, принадлежать). В других разделах математики основными понятиями выступают множество, число и другие. Смысл этих понятий раскрывается с помощью принятой системы аксиом (предложений, принимаемых без доказательства), далее идет дедуктивное построение всех остальных понятий и их свойств, то есть построение теории. Изучаемая в школе геометрия Евклида построена, по сути, на трех основных понятиях, трех неопределяемых отношениях и 13 аксиомах (9 – аксиомы планиметрии, 4 – стереометрии). Особенность же математики в том, что под основными понятиями можно понимать что угодно, как и формулировать аксиомы. Так, Н.И. Лобачевский заменил аксиому параллельности Евклида (V постулат) противоположным постулатом и построил неевклидову геометрию (гиперболическую геометрию), которая теперь носит его имя: геометрия Лобачевского.

Такое построение школьного курса математики предполагает четкую последовательность изучения многих содержательных линий, например, числовую линию, линию уравнений и неравенств и других. Сначала изучаются натуральные числа и арифметические действия с ними, затем десятичные дроби и так далее. Без знания таблицы умножения и правил умножения многозначных чисел бесполезно переходить к умножению десятичных дробей, так как в алгоритм добавляется лишь правило постановки запятой в произведении, все остальное должно быть доведено до навыка еще в начальной школе.

В вузовском курсе методики обучения математике при изучении математических понятий как одного из компонентов содержания обучения студенты знакомятся с построением «родословной» понятия. Цель этого методического приема – сведение какого-либо математического понятия к неопределяемым понятиям. Например, треугольник – это фигура, состоящая из трех точек (неопределяемое понятие) и трех соединяющих их отрезков; отрезок – часть прямой (неопределяемое понятие), ограниченная двумя точками (неопределяемое понятие). Схематически это можно представить в виде рисунка 1.

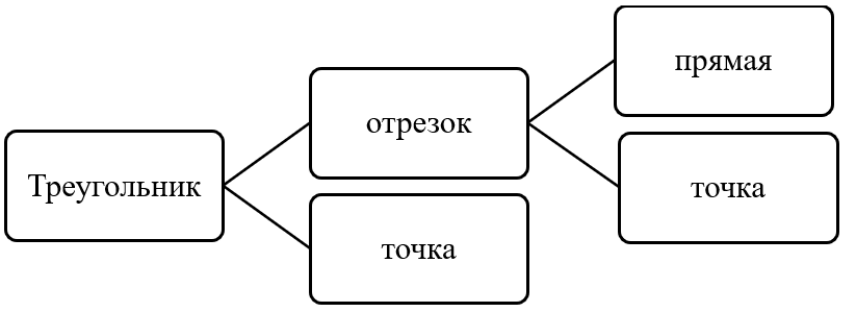

Рисунок 1 - Родословная понятия «Треугольник»

Родословная этого понятия будет усложнена, если в определении треугольника уточнить, что три точки не лежат на одной прямой. Тогда появляется еще неопределяемое отношение «лежать между». Аналогично можно построить родословную практически любого геометрического понятия, особенно наглядно данный прием демонстрируется на примере понятий, определения которых построены родовидовым способом.

Приведем еще один пример. В школьном учебнике понятие параллелограмма чаще всего формулируется следующим образом: «Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны». Родовым понятием является четырехугольник, видовым отличием – наличие двух пар параллельных сторон. Владение понятием параллелограмма для решения задач как минимум предполагает знание определений понятий «четырехугольник», «противоположные стороны четырехугольника», «параллельные прямые». Понятие «прямоугольник» является видовым по отношению к понятию «параллелограмм», поэтому оперирование понятием прямоугольника, помимо всего перечисленного, требует знания свойств параллелограмма, а также родового отличия – наличия прямого угла. Следовательно, решение, казалось бы, простейшей задачи на нахождение элементов конкретной геометрической фигуры, оказывается проблематичным из-за незнания какого-то из ранее изученных понятий или свойств.

В последние годы достаточно большое количество выпускников 9 класса не набирают необходимое количество баллов для получения аттестата (в 2025 году – 8 баллов) из-за геометрических задач (за них необходимо получить не менее 2 баллов, то есть надо решить, как минимум, две задачи базового уровня или одну задачу повышенного уровня).

Приведем пример прототипа задачи первой части основного государственного экзамена и прокомментируем его: «Диагонали $A\,C$ и $B\,D$ прямоугольника $A\,B\,C\,D$ пересекаются в точке O, $B\,O = 6$, $A\,B = 5$. Найдите $A\,C$». К условию задаче приводится рисунок (рис. 2).

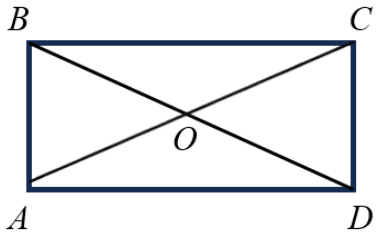

Рисунок 2 - Рисунок к задаче

Задача фактически устная, выполняется в одно действие: $6 \cdot 2 = 12$. Но этому действию предшествует целая цепочка логических рассуждений ученика, опирающаяся на знание следующих геометрических фактов:

1) прямоугольник является параллелограммом;
2) диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам;
3) диагонали прямоугольника равны.

Ученик должен проанализировать рисунок, понять, что BD – это диагональ прямоугольника, BO является половиной BD, $AC = BD$, затем вычислить $AC = BD = 2AO = 12$.

Другой способ рассуждения ($AO = BO = 6$ как половины равных отрезков, отсюда $AC = 12$) также основан на использовании перечисленных выше свойств.

Отметим, что разработчики заданий основного государственного экзамена усложнили эту задачу, добавив в условие лишнее данное (это переопределенная задача), то есть ученик должен продемонстрировать не только предметный результат, но и владение познавательными универсальными учебными действиями, формирующими умственные операции.

При рассмотрении последнего примера мы фактически коснулись еще одной особенности математики как науки и, соответственно, школьного предмета: процесс решения

математических задач требует постоянного проведения анализа, сравнения и синтеза информации; работа с математическими понятиями связана с обобщением, классификацией и другими логическими операциями.

Роль математического образования, начиная от М.В. Ломоносова и до настоящего времени, определяется, в первую очередь, необходимостью интеллектуального развития личности в процессе обучения. Именно математика считается одним из инструментов развития интеллектуальной сферы обучающегося, а именно его мышления. Л.М. Фридман подчеркивал: «… общепризнанно и исторический опыт это подтверждает, что обучение математике в формировании мышления играет первостепенную и исключительно большую роль» [18, с. 32]. Процесс усвоения математических знаний, которые представлены как хорошо организованная система взаимосвязанных между собой элементов, формирует системность и структурность мышления. Мыслительные операции – анализ, синтез, сравнение, обобщение и конкретизация – являются основными инструментами при работе с математическими объектами. В процессе обучения математике в основной школе формируется и развивается, прежде всего, абстрактно-теоретические (понятийное) мышление. Но формировать мышление «с нуля», на пустом месте невозможно. В процессе жизни у ребенка последовательно формируются три вида мышления: наглядно-действенное (младенческий возраст), наглядно-образное (дошкольный и младший школьный возраст) и абстрактно-теоретическое (школьный возраст), не вытесняя и не заменяя предшествующие виды, а дополняя и взаимодействуя с ними. Чем лучше сформированы у ребенка к моменту перехода в основную школу наглядно-действенное и наглядно-образное мышление, тем легче будет проходить процесс теоретического осмысления абстрактных алгебраических понятий или построения аргументации для проведения доказательных рассуждений при изучении геометрии. Не случайно в 5-6 классах основным методом обучения является конкретно-индуктивный: на основе рассмотрения конкретных примеров выявляются существенные и несущественные признаки понятия, свойства математических объектов, вводится общий термин и дается определение понятия. Причем в некоторых случаях «определить» конкретное математическое понятие (например, прямоугольный параллелепипед) помогают «представление образа» (кирпич, спичечный коробок). В 5 классе невозможно дать строгое определение прямоугольного параллелепипеда в силу того, что еще не изучены понятия его родословной. В учебнике Л. С. Атанасяна[4], например, прямоугольный параллелепипед (видовое понятие) определяется как параллелепипед (родовое понятие), у которого боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники. А описательное определение параллелепипеда, в свою очередь, занимает в учебнике 16 строк. Тем не менее, оперировать понятием и решать связанные с ним математические задачи школьник будет успешно в том случае, если он легко представит «образ» этого геометрического тела.

В учебнике математики для 5 класса авторов Мерзляка А.Г., Полонского В.Б., Якира М.С. вводится понятие площади поверхности прямоугольного параллелепипеда как суммы площадей всех его граней и предлагаются задания на закрепление этого понятия. Например, задача № 601 (стр. 151): «Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 9 м, 24 м, 11 м»[5]. При решении этой задачи ученик либо оперирует мысленным образом геометрического тела (повышенный уровень), либо воссоздает его на рисунке (базовый уровень). Обучающийся, прежде всего, должен представить или изобразить прямоугольный параллелепипед, «увидеть» его грани и

[4] Геометрия: 7-9 кл.: учебник для общеобразоват. организаций: рек. М-вом образования и науки РФ / [Л. С. Атанасян и др.; науч. рук. А. Н. Тихонов]. – 8-е изд. – Москва: Просвещение, 2018. – 383 с.

[5] Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика 5 класс. Учебник / под ред. В.Е. Подольского. 5-е издание, доработанное. – М.: «Вентана-Граф», 2019. – 298 с.

определить их количество, соотнести между собой понятия «ребра» и «измерения» прямоугольного параллелепипеда мысленно или сделать обозначения на рисунке. На данном этапе решения задачи от образного представления ученик переходит к анализу данных и конкретизации (мысленному переходу от общего к единичному), то есть выполняются конкретные мыслительные операции. Параллельно ученик демонстрирует знание конкретных математических понятий (прямоугольный параллелепипед, грань, ребро, измерения прямоугольного параллелепипеда, площадь поверхности, площадь грани), понимание того, что грань прямоугольного параллелепипеда является прямоугольником и умение вычислять площадь прямоугольника. Достаточно одного пробела в знаниях – и задача не может быть решена. А если у ученика сложности с вычислительным аппаратом (это уже арифметика), то неверный результат в решении геометрической задачи может быть получен вследствие арифметической ошибки.

В соответствии с принципами развивающего обучения, у школьника должна быть сформирована «зона ближайшего развития», то есть готовности к освоению нового знания, в двух аспектах: в психологическом, предполагающем наличие определенного уровня сформированности наглядно-образного мышления, и предметном, характеризующимся отсутствием серьезных пробелов в знаниях. Этот факт и определяет, прежде всего, трудности в изучении математики. Говоря о психологическом аспекте готовности к освоению новых знаний, следует отметить, что это несколько обобщенное понятие, поскольку речь идет и о личностных качествах школьника, и о психофизиологических особенностях его развития. Кроме того, мыслительные операции непосредственно связаны с метапредметными результатами обучения в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом. Например, познавательные универсальные учебные действия непосредственно формируют умственные операции сравнения, сопоставления, классификации и другие. Поэтому говоря о видах трудностей в изучении математики следует учитывать все вышесказанное.

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования требования к результатам освоения образовательных программ представлены требованиями к предметным, метапредметным и личностным результатам. В нашем исследовании классификация трудностей в изучения математики выполнена на основе этих требований: предметные, метапредметные и личностные трудности. *Предметные трудности* в изучении математики включают в себя незнание или непонимание ключевых математических понятий, математических методов и приемов, трудности в их применении при решении математических и практических задач. Как было показано выше, в математике имеются очень глубокие внутрипредметные связи как между понятиями, так и между методами. Пробелы в освоении одних понятий ведут к непониманию других, методы решения одних задач могут быть основой алгоритма решения других. Поэтому при наличии пробелов в математических знаниях и умениях предметные трудности накладываются друг на друга, увеличивая риски учебной неуспешности. Низкий уровень предметных результатов не позволяет учащимся применять математические знания и умения в решении прикладных задач.

Метапредметные трудности в изучении математики, по аналогии с результатами обучения, опишем через формирование универсальных учебных действий: познавательных, регулятивных и коммуникативных. Причинами метапредметных трудностей, связанных с формированием познавательных учебных действий, могут являться недостаточный уровень умений работать с информацией, а также недостаточный уровень сформированности умений выполнения базовых логических и исследовательских действий: классифицировать, выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов, делать выводы с

использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений; формулировать гипотезы, проводить исследование, прогнозировать и обобщать результаты и других.

К регулятивным метапредметным трудностям в изучении математики можно отнести трудности в организации учебной деятельности: в выборе целей обучения, учебных действий для их достижения, самооценки и самоконтроля своей деятельности и другие.

Коммуникативные метапредметные трудности – это, прежде всего, трудности в общении, как на уровне учитель – ученик, так и между сверстниками. К ним можно отнести и языковые трудности, связанные с использованием неродного языка в обучении, трудности построения и понимания речевых высказываний. К трудностям коммуникативного характера относятся также трудности, которые проявляются в совместной деятельности: в определении своей роли и цели в совместной работе, участии в обсуждении, оценивании результата и личного вклада в групповой деятельности и другие.

Личностные трудности в изучении математики в соответствии с личностными результатами освоения программ связаны с недостаточной готовностью учащихся к самоопределению, саморазвитию и самостоятельности, отсутствием мотивации, интереса к учению и другими.

Отметим, что частично идеи описания трудностей в изучении математики на основе планируемых результатов обучения представлены в работе Рословой Л.О. При описании диагностического инструментария для определения трудностей шестиклассников при изучении математики ею выделены практическая и метапредметная части. «Практическая часть – направлена на выявление трудностей, связанных с неумением применять предметные навыки в новом контексте для решения задач прикладного характера. Метапредметная часть – направлена на выявление трудностей, имеющих метапредметный характер, прежде всего, познавательных универсальных учебных действий, например неумение выполнять такие действия, как обобщать (записывать действие, правило, выражение в общем виде, в том числе используя алгебраическую символику); конкретизировать (приводить пример); находить закономерность и представлять ее на языке математики и др.» [16, с. 48].

Представленная классификация трудностей в изучении математики позволяет не только связать их с результатами обучения, но и расширяет диапазон методов и приемов для выстраивания образовательного пространства для обучения математике школьников, испытывающих трудности при изучении предмета.

«Для предупреждения и преодоления трудностей обучающихся учитель должен быть готов: к интегрированному формированию предметных, метапредметных и личностных достижений учащегося; к развитию таких способностей обучающихся, как использование полученных знаний, самостоятельное овладение новым знанием, оценка своего знания и его границ; к обеспечению обучающихся необходимой им педагогической поддержкой» [16, с. 45].

Полученные результаты.

В ходе изучения практики обучения школьников было проведено экспериментальное исследование с целью определения возможных причин, вызывающих затруднения в изучении математики. Экспериментальное исследование проводилось в форме онлайн-анкетирования обучающихся и учителей математики общеобразовательных организаций школы, а также студентов педагогического университета. В число респондентов специально были включены не только обучающиеся 5-9 классов, но и учащиеся на уровне среднего общего образования, а также студенты, для установления влияния имеющихся на уровне основной школы трудностей в изучении математики на дальнейшее обучение.

Эмпирическое исследование включало опрос 248 учеников общеобразовательных учреждений, распределённых следующим образом по классам: 1 ученик пятого класса, 5 учеников шестого класса, 32 ученика седьмого класса, 4 ученика восьмого класса, 39

учеников девятого класса, 68 учеников десятого класса и 99 учеников одиннадцатого класса. Из числа респондентов 84 ученика (34%) получают образование по базовой программе по математике, тогда как оставшиеся учащиеся проходят обучение по углублённому курсу.

При анализе результатов опроса было установлено, что лишь 80 участников исследования (32% выборочной совокупности) указали отсутствие значительных проблем при изучении дисциплины. Треть всех респондентов (83 учащегося, что составляет примерно 33%), напротив, заявили, что испытывают значительные трудности, либо сталкиваются с серьёзными препятствиями при освоении предмета. Подчеркнём, что подавляющее большинство учащихся, сообщивших о наличии препятствий, относятся к старшим классам образовательной системы (10–11 классы). Отметим, что 68% опрошенных изучают математику на углубленном уровне. Из них 56 человек, то есть 33%, указали, что им трудно или очень трудно дается изучение математики.

Проведённый анализ выявил возможные факторы, обусловливающие проблемы усвоения учебного материала. Так, половина респондентов среди наиболее распространённых факторов отмечают высокую учебную нагрузку, наличие существенных пробелов в ранее полученных знаниях и недостаточную проработанность текущего материала («текущую запущенность»). Лишь незначительная доля испытуемых (15 человек) выразила неудовлетворённость качеством изложения материала учителем, ещё меньшая группа (7 человек) упомянула недостаток внимания со стороны педагога или его негативное отношение. Отдельно отметим, что всего восемь респондентов признались в отсутствии систематического выполнения домашнего задания как причине возникающих затруднений. Ещё менее значимая роль отводится таким факторам, способствующим возникновению учебных трудностей, как высокая частота пропусков занятий вследствие состояния здоровья, языковой барьер ввиду неродного статуса русского языка и дефицит сформированных компетенций самостоятельной учебной деятельности.

Во второй фазе исследования был осуществлен опрос группы из 90 студентов института физико-математического, информационного и технологического образования Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский государственный педагогический университет». Среди респондентов доля лиц, относящихся к не математическим специальностям, составила 18%, что соответствует числу 16 участников опроса. Соответственно при анализе результатов необходимо учитывать, что большая часть респондентов (62 человека (70%)) не испытывала в школе трудностей в изучении математике; 83 студентам (93%) была в школе интересна математика. 61% респондентов смогли сохранить интерес к математике и в вузе. Студенты указали причины, из-за которых иногда испытывали трудности в изучении математики в школе: в школе очень большая нагрузка, много задают (28%); много пробелов в знаниях (19%); не понимали объяснение учителя (19%); не понимали учебный материал (18%); текущая запущенность материала (17%).

Остальные причины указали менее 10% опрошенных.

Параллельно проводилось анкетирование учителей математики. В исследования приняли участие 519 учителей, осуществляющих педагогическую деятельность в общеобразовательных организациях (5-11 классы). Из числа респондентов 403 учителя (80%) указали, что в классах, в которых они работают, есть учащиеся, сталкивающиеся с трудностями в освоении математического материала. Согласно данным опроса, 14% участников отметили, что доля школьников 5-9-х классов, имеющих проблемы в обучении математике, превышает 40%, 17% преподавателей утверждают, что около трети (от 30% до 40%) учеников испытывают затруднения в освоении предмета.

Учителя, реализующие образовательный процесс в старших классах (10-11-е классы), также зафиксировали наличие учащихся, столкнувшихся с проблемами в изучении

математики. Среди полученных данных выявлено следующее распределение доли старшеклассников, испытывающих значительные затруднения:

– свыше 40% учащихся (сообщили около 10% опрошенных педагогов);

– от 30% до 40% обучающихся (ответ дали 8% учителей).

Кроме того, подавляющим большинством респондентов было отмечено присутствие в их практике выпускников, ранее не сумевших успешно пройти государственную итоговую аттестацию по математике на уровне основного общего образования с первого или со второго раза: основной государственный экзамен – 60%, государственный выпускной экзамен – 52%. Ключевое значение имеет выявление факторов, способствующих возникновению указанных выше проблем. Представленные учителями причины затруднений учащихся 5-9 классов расположились следующим образом согласно частоте встречаемости: систематически не готовят домашние задания (18%); недостаточно умений работать самостоятельно (16%); много пробелов в знаниях (16%); текущая запущенность материала (13%); плохое здоровье, частые пропуски (11%); не понимают учебный материал (6%); в школе очень большая нагрузка, много задают (6%).

Ответы учителей, работающих в старших классах (10-11), распределились несколько иначе: много пробелов в знаниях (18%); недостаточно умений работать самостоятельно (18%); систематически не готовят домашние задания (15%); текущая запущенность материала(12%); плохое здоровье, частые пропуски (11%); мало часов на изучение математики (8%); не понимают учебный материал (7%); в школе очень большая нагрузка, много задают (5%).

При этом лишь около 5% учителей математики 5-11 классов считают сложной программу по математике.

Ситуация, с точки зрения учителей, отличается от того, как представляют причины неуспеваемости школьники. Это важно учитывать при разработке содержания и технологий обучения школьников, испытующих трудности в изучении математики.

В анкетирование также были включены вопросы на выявление затруднений учителей в обучении математике учащихся. Большинство учителей связали трудности своей деятельности с проблемами учащихся: учащиеся систематически не выполняют домашние задания (20%), у учащихся нет мотивации к изучению математики (17%), у учащихся много пробелов в знаниях (17%), у учащихся текущая запущенность материала (12%), у детей проблемы со здоровьем (6%).

Среди мероприятий, позволяющих устранить причины затруднений в обучении математике, учителя выделили: организацию дополнительных занятий для учащихся с пробелами в знаниях (24%), деление на подгруппы учащихся в классах, в которых более 25 учащихся (22%), необходимость прописать в Уставе образовательной организации наказания за систематическое невыполнение домашней работы (16%), предоставление учителю дидактических материалов для текущего и тематического повторения изученного (14%), уменьшить нагрузку учителя (не более 25 часов) – 12%.

К основным дефицитам в области общепедагогической профессиональной компетенции учителя математики отнесли: организацию работы со слабо мотивированными обучающимися (20%), организацию работы с хорошо успевающими и одаренными обучающимися (13%), формирование мотивации к обучению, развитие познавательных интересов обучающихся (11%), организацию самостоятельной работы обучающихся (8%), выявление причин неуспеваемости по предмету (7%), освоение и применение эффективных технологий обучения (7%), организацию и поддержание разнообразных видов деятельности обучающихся (7%), затруднения при применении в педагогической практике заданий по одному или нескольким видам функциональной грамотности (6%).

В работе со слабоуспевающими учащимися учителя испытывают затруднения в профессиональной деятельности: при организации обучения математике в условиях работы в классе с учащимися разного уровня обученности и обучаемости (38%), мотивации к изучению математики (26%), включении обучающихся в проектно-исследовательскую деятельность (21%), при подготовке к государственной итоговой аттестации (8%), в отборе методов и приемов работы (7%).

Анализ результатов экспериментального исследования позволил оценить удельный вес учащихся, сталкивающихся с трудностями при изучении математики, а также определить вероятные причин выявленных трудностей. Это включает оценку восприятия ситуации самими школьниками и недавними выпускниками школ (студентами), параллельно учитывая мнение учителей математики относительно рассматриваемых аспектов.

Анализ изложенных результатов.

На основе проведенного исследования получены следующие результаты:

1. Концептуализация и типологизация трудностей. Уточнено и конкретизировано понятие «трудности в изучении математики» как видовое по отношению к более общему понятию «трудности в обучении». Разработана авторская трехкомпонентная типологизация трудностей, основанная на требованиях ФГОС к результатам освоения образовательной программы:

- предметные трудности связаны с незнанием или непониманием ключевых математических понятий, методов и приемов, а также с наличием пробелов в знаниях, которые, вследствие системности математики, накапливаются и усугубляются;
- метапредметные трудности подразделяются на познавательные: недостаточное владение логическими операциями, исследовательскими умениями и неумение работать с информацией; регулятивные: проблемы с организацией учебной деятельности, с самоконтролем; коммуникативные: трудности в общении и совместной деятельности;
- личностные трудности обусловлены недостаточной мотивацией, отсутствием интереса к предмету и несформированностью готовности к саморазвитию.

2. Специфика математики как источника трудностей. Выявлено, что ключевой причиной предметных трудностей является специфика математики как науки с ее строгой логической структурой, опорой на аксиоматический метод и глубокими внутрипредметными связями. Недостаточное усвоение одного элемента системы (понятия, алгоритма) закономерно приводит к непониманию последующих, что создает кумулятивный эффект учебной неуспешности.

3. Расхождение в восприятии причин трудностей. Эмпирическое исследование выявило существенное расхождение между оценкой причин трудностей учащимися и учителями:

- учащиеся склонны объяснять трудности внешними факторами («большая нагрузка», «пробелы в знаниях») и редко связывают их с недостатком собственной дисциплины, например, «систематическое невыполнение домашних заданий»;
- учителя, напротив, видят основные причины в недостаточной самостоятельности и дисциплине учащихся («не выполняют домашние задания», «недостаток умений работать самостоятельно»), а также в их пробелах в знаниях.

4. Масштаб проблемы и зона риска. Данные анкетирования подтверждают широкую распространенность трудностей в изучении математики. Значительная часть учащихся (около 33% в выборке) испытывает серьезные затруднения. Проблема актуальна как для базового, так и для углубленного уровня изучения математики. В группе риска находятся и старшеклассники, что свидетельствует о хроническом и накапливающемся характере трудностей.

5. Профессиональные затруднения педагогов. Установлено, что учителя математики осознают наличие проблемы и связывают свои профессиональные затруднения в первую очередь с проблемами учащихся (отсутствие мотивации, пробелы в знаниях). При этом они выделяют собственные дефициты, главные из которых – организация работы со слабо мотивированными учащимися в условиях разноуровневого класса.

6. Необходимость комплексного подхода. Предложенная в статье классификация демонстрирует, что трудности в изучении математики носят комплексный, многокомпонентный характер. Это обуславливает необходимость системного подхода к их преодолению, направленного одновременно на:

- ликвидацию предметных пробелов;
- развитие метапредметных умений;
- формирование положительной личностной мотивации;
- повышение квалификации учителей в области современных педагогических технологий, адресованных работе с разноуровневыми группами и учащимися, испытывающими трудности в изучении математики.

Таким образом, проведенное исследование доказывает, что для повышения результативности обучения математике необходима целенаправленная работа по диагностике и преодолению трудностей в трех направлениях: предметном, метапредметном, личностном, с учетом специфики математического знания и данных о реальных причинах затруднений с позиций всех субъектов образовательного процесса.

Заключение.

Проведенное исследование позволило обосновать авторский подход к выявлению трудностей при изучении математики школьниками и обучении математике учителями, определить их типологизацию. Тем не менее, авторы осознают, что его нельзя считать завершенным. Оно является отправной точкой для создания и теоретического обоснования эффективной технологии обучения школьников, испытывающих трудности в изучении математики. Для дальнейшего исследования также может потребоваться более детальная статистическая обработка данных эксперимента.

Перспективными направлениями исследования можно считать:

– создание диагностического инструментария (критериев и показателей, диагностических материалов) для выявления трудностей в обучении математике и их причин;

– определение методов и средств для устранения различных видов затруднений;

– выявление наиболее эффективных образовательных технологий и цифровых инструментов для обучения математике подобной категории школьников, в том числе при организации самостоятельной работы;

– разработку учебно-методическое сопровождение процесса обучения школьников, испытывающих затруднения при изучении математики.

Список источников:

1. Al-Alweet N. Obstacles to teaching mathematics in middle school for female students with learning difficulties // International Journal of Research and Studies Publishing. 2021. Vol. 2. No. 20. P. 252-289. URL: https://elibrary.ru/cxuodx

2. Harefa D. Student difficulties in learning mathematics // AFORE: Jurnal Pendidikan Matematika. 2022. Vol. 1. No. 2. P. 78-86. URL: https://elibrary.ru/qnxhoy

3. Khanal B. Approaches for enhancing mathematics learning of students with learning difficulties // The Educator Journal. 2022. Vol. 10. No. 1. P. 88-92. URL: https://elibrary.ru/rverjc

4. Murtiyasa B., Lathifah A.H.N. Mathematics learning difficulties in distance learning // JETL (Journal of Education, Teaching and Learning). 2022. Vol. 8. No. 1. P. 51. URL: https://elibrary.ru/kwdljz

5. Nailufar Yu., Safruddin S., Zain M.I. Analysis of teacher difficulties in online learning on mathematics subjects // Prisma Sains: Jurnal Pengkajian Ilmu dan Pembelajaran Matematika dan IPA IKIP Mataram. 2021. Vol. 9. No. 2. P. 280. URL: https://elibrary.ru/eyeghq

6. Nurfadhilah AM. Hindi A., Muthahharah I. Teacher's perception of student's mathematics learning difficulties // Daya Matematis: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika. 2021. Vol. 9. No. 3. P. 171. URL: https://elibrary.ru/bkotkh

7. Silmi Juman Z.A.M., Mathavan M., Ambegedara A.S. Difficulties in learning geometry component in mathematics and active-based learning methods to overcome the difficulties // Shanlax International Journal of Education. 2022. Vol. 10. No. 2. P. 41-58. URL: https://elibrary.ru/jjxnht

8. Виноградова А.П. Исследование профессиональных затруднений учителей в построении образовательного процесса в основной школе // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 4. С. 184. URL: https://elibrary.ru/udwvxz

9. Галимов С. Ф. Условия формирования способности к преодолению трудностей у подростков в процессе обучения математике // Научный аспект. 2024. Т. 45, № 5. С. 6127-6138. URL: https://elibrary.ru/gcfyuq

10. Журавлев А.Н. Аспекты систематизации школьного курса математики 5-6 классов для учащихся, испытывающих трудности в обучении // Научное мнение. 2020. № 5. С. 95-100. URL: https://elibrary.ru/iwotqc

11. Кравцов Л. Г. Типология психологических предпосылок, приводящих к трудностям при обучении математике в средней школе. // В сборнике научный статей: Обучение математикой. Сборник научных статей. - Москва: Белый ветер, 2020. - С. 35-53. URL: https://elibrary.ru/aumdae

12. Мезенцева Ю.С. Применение инновационных методов и технологий при изучении математики // Педагогика. 2024. № 74 (1). С. 58-65. URL: https://elibrary.ru/rheatw

13. Пермякова М.Е. Психологические аспекты трудностей учения в школе: учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. - 124 с.

14. Пигарев А.Ю. Компьютерные тренажеры как инструмент преодоления трудностей в изучении математики // Научно-педагогическое обозрение. 2023. № 5 (51). С. 102-110. URL: https://elibrary.ru/fyhngq

15. Работа с детьми, испытывающими трудности при изучении учебных предметов в основной школе: методическое пособие // О. М. Александрова, Э. М. Амбарцумова, М. А. Аристова, Н. В. Беляева [и др.]; под ред. Н.Ф. Виноградовой. - М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023. - 214 с.

16. Рослова Л.О. Диагностика трудностей шестиклассников при изучении математики // Отечественная и зарубежная педагогика. 2021. Т.1, № 6 (80). С. 43-62. URL: https://elibrary.ru/ryiwtr

17. Салемгараева А.А., Разумова О.В., Садыкова Е Р. Методы преодоления трудностей в изучении математики в процессе подготовки учащихся к основному государственному экзамену // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. 2021. № 2 (71). С. 138-143. URL: https://elibrary.ru/bnveff

18. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

19. Чекмарев Г.Е., Фоминых С.О. К вопросу о формировании базовых понятий математики // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. 2022. № 4 (117). С. 188-195. URL: https://elibrary.ru/jpgvmh

20. Школьная неуспеваемость: психолого-педагогические причины и пути преодоления: учебное пособие / М.Г. Харитонов, И.П. Иванова, Т. В. Романова, О.В. Чернова. – Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2021. – 67 с. URL: https://elibrary.ru/yeksek

References:

1. Al-Alweet N. Obstacles to teaching mathematics in middle school for female students with learning difficulties. *International Journal of Research and Studies Publishing,* 2021, vol. 2, no. 20, pp. 252-289. URL: https://elibrary.ru/cxuodx

2. Harefa D. Student difficulties in learning mathematics. *AFORE: Jurnal Pendidikan Matematika,* 2022, vol. 1, no. 2, pp. 78-86. URL: https://elibrary.ru/qnxhoy

3. Khanal B. Approaches for enhancing mathematics learning of students with learning difficulties. *The Educator Journal*, 2022, vol. 10, no. 1, pp. 88-92. URL: https://elibrary.ru/rverjc

4. Murtiyasa B., Lathifah A.H.N. Mathematics learning difficulties in distance learning. *JETL (Journal of Education, Teaching and Learning),*2022, vol. 8, no. 1, pp. 51. URL: https://elibrary.ru/kwdljz

5. Nailufar Yu., Safruddin S., Zain M.I. Analysis of teacher difficulties in online learning on mathematics subjects. *Prisma Sains: Jurnal Pengkajian Ilmu dan Pembelajaran Matematika dan IPA IKIP Mataram,* 2021, vol. 9, no. 2, pp. 280. URL: https://elibrary.ru/eyeghq

6. Nurfadhilah AM. Hindi A., Muthahharah I. Teacher's perception of student's mathematics learning difficulties. *Daya Matematis: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika,* 2021, vol. 9, no. 3, pp. 171. URL: https://elibrary.ru/bkotkh

7. Silmi Juman Z.A.M., Mathavan M., Ambegedara A.S. Difficulties in learning geometry component in mathematics and active-based learning methods to overcome the difficulties. *Shanlax International Journal of Education,* 2022, vol. 10. no. 2, pp. 41-58. URL: https://elibrary.ru/jjxnht

8. Vinogradova A.P. Research of Teachers' Professional Difficulties in Building the Educational Process in Secondary Schools. *Modern Problems of Science and Education*, 2015, no. 4, pp. 184. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/udwvxz

9. Galimov S.F. Conditions for the formation of the ability to overcome difficulties in adolescents' mathematics education. *Scientific Aspect*, 2024, vol. 45, no. 5, pp. 6127-6138. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/gcfyuq

10. Zhuravlev A.N. Aspects of systematization of the school mathematics course for 5-6 grade students experiencing difficulties in learning. *Scientific opinion*, 2020, no. 5, pp. 95-100. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/iwotqc

11. Kravtsov L.G. Typology of psychological prerequisites leading to difficulties in teaching mathematics at secondary school. Proc. *"Teaching Mathematics. Collection of scientific articles"*. Moscow, White wind Publ., 2020. pp. 35-53. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/aumdae

12. Mezentseva Yu.S. Application of innovative methods and technologies in the study of mathematics. *Pedagogy*, 2024, no. 74 (1), pp. 58-65. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/rheatw

13. Permyakova M. E. *Psychological aspects of difficulties in learning at school: a study guide.* Yekaterinburg, Ural University Press Publ., 2017. 124 p.

14. Pigarev A.Yu. Computer simulators as a tool for overcoming difficulties in learning mathematics. *Scientific and Pedagogical Review*, 2023, no. 5 (51), pp. 102-110. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/fyhngq

15. Aleksandrova O.M., Ambartsumova E.M., Aristova M.A. *Working with children who have difficulty learning subjects in secondary school.* Moscow, Institute for Educational Development Strategy Publ., 2023. 214 p. (In Russian).

16. Roslova L.O. Diagnostics of difficulties faced by sixth-form students in the study of mathematics. *Domestic and Foreign Pedagogy*, 2021, vol. 1, no. 6 (80), pp. 43-62. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/ryiwtr

17. Salemgaraeva A.A., Razumova O.V., Sadykova E.R. Methods of overcoming difficulties in learning mathematics in the process of preparing students for the main state exam. *Information and Communication Technologies in Pedagogical Education*, 2021, no. 2 (71), pp. 138-143. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/bnveff

18. Freedman L.M. *Psychological and pedagogical foundations of teaching mathematics at school: a teacher of mathematics on pedagogical psychology*. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1983. 160 p.

19. Chekmarev G.E., Fominykh S.O. On the formation of basic concepts in mathematics. *Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University*, 2022, no. 4 (117), pp. 188-195. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/jpgvmh

20. Kharitonov M.G., Ivanova I.P., Romanova T.V. *School underachievement: psychological and pedagogical causes and overcoming ways.* Cheboksary, Chuvash State Pedagogical University Publ., 2021. 67 p. (In Russian). URL: https://elibrary.ru/yeksek

Submitted: 16 September 2025 Accepted: 17 October 2025 Published: 18 October 2025